

Laboratorul PL - Suport

Analiza și Sinteza Circuitelor Combinaționale - Aplicații

1. Să se găsească sumele și produsele canonice pentru următoarele funcții:
 - (a) $f(x,y,z) = \sum m(0, 3, 6)$;
 - (b) $f(x,y,z) = \prod M(1, 2, 7)$.

2. Utilizați teoremele algebrei circuitelor de comutație pentru rescrierea următoarei expresii într-o formă care necesită cât mai puține inversiuni cu putință:

$$b'c + acd' + a'c + eb' + e(a + c)(a' + d')$$

3. Alcătuiți tabelul de adevăr pentru următoarele expresii booleene:
 - (a) $xyz + xy'z'$;
 - (b) $abc + ab'c' + a'b'c'$;
 - (c) $a(bc' + b'c)$;
 - (d) $(a + b)(a + c)(a' + b')$.

4. Demonstrați următoarele identități:
 - (a) $ab' + bc' + ca' = a'b + b'c + c'a$;
 - (b) $ab + a'c + bcd = ab + a'c$.

5. Calculați complementele următoarelor expresii și verificați corectitudinea rezultatelor arătând că: $u * u' = 0$ și $u + u' = 1$.
 - (a) $e = a + bc$;
 - (b) $f = (a+b)(a'c + d)$;
 - (c) $g = ab + b'c + a'cd$.

6. Cercetați dacă următoarele expresii sunt, sau nu sunt, identități:
 - (a) $ab + c'd' + a'bcd' + ab'c'd = (a + d')(b + c')$;
 - (b) $(a + b')(b + c')(c + a') = (a' + b)(b' + c)(c' + a)$;
 - (c) $(a + b)(b + c)(c + a) = (a' + b')(b' + c')(c' + a')$;
 - (d) $ab + a'b'c' = (c+a)(c + b)$.

7. În vederea creșterii fiabilității unui circuit combinațional C construit cu porți ȘI și SAU, sunt construite trei copii ale respectivului circuit. Este introdus un circuit adițional M , ale cărui intrări sunt ieșirile z_i ($1 \leq i \leq 3$) ale celor trei copii ale circuitului C , iar semnalul de la ieșirea sa, notat w , este în concordanță cu majoritatea semnalelor de la intrări. Global, circuitul astfel constituit va produce un semnal corect la ieșirea sa (ieșirea w a circuitului adițional M) chiar dacă semnalul de la ieșirea uneia dintre copiile circuitului C este eronat.
 - (a) Alcătuiți tabela de funcționare pentru circuitul majoritate M ;
 - (b) Scrieți specificația zecimală echivalentă;
 - (c) Stabiliți o expresie algebrică simplificată a liniei w ca funcție de z_1, z_2, z_3 .

8. Cercetați veridicitatea următoarelor propoziții:
 - (a) Fie a și b două variabile booleene. Atunci $a * b = 0$ și $a + b = 1$ implică $a = b'$.

- (b) Fie X și Y două **expresii** booleene. Atunci $X * Y = 0$ și $X + Y = 1$ implică $X = Y'$.
9. Dacă $f = x \oplus y$, atunci exprimați f cu ajutorul literalilor x, x', y, y' și operatorii $*$ și $+$.
10. Arătați că operatorul \oplus este asociativ: $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (z \oplus y)$.
11. Demonstrați că dacă $x \oplus y = z$, atunci $x \oplus z = y$ și $x \oplus y \oplus z = 0$.
12. Arătați că $x \oplus y = x + y$, dacă $xy = 0$.
13. Demonstrați că $(a + b) \oplus (a + c) = a' (b \oplus c)$.
14. Demonstrați identitățile:
 (a) $x + y = x \oplus y \oplus xy$;
 (b) $x + y = x \oplus x' y$.
15. Demonstrați identitățile:
 (a) $x' \oplus y = x \oplus y'$;
 (b) $x \oplus y = x' \oplus y'$;
 (c) $xy' + x'y = (xy + x'y')$.
16. Știind că $f(w, x, y, z) = w + (x + yz)(y' + xz)$, atunci:
 (a) Calculați o expresie sumă de produse pentru f prin *desfacerea parantezelor*.
 (b) Scrieți expresia duală $f^D(w, x, y, z)$, pentru $f(w, x, y, z)$.
 (c) Stabiliți o expresie produs de sume pentru $f(w, x, y, z)$ prin efectuarea produselor în expresia calculată la punctul (b) și apoi calculând duala.
17. Arătați că $f^D(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dacă și numai dacă:

$$f'(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1', x_2', \dots, x_n')$$
18. Găsiți o funcție cu cât mai puține variabile, $n \geq 2$ care satisface condițiile problemei 17.
19. Arătați că $f^D(x_1, x_2, \dots, x_n) = f'(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dacă și numai dacă:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1', x_2', \dots, x_n')$$
20. Găsiți o funcție cu cât mai puține variabile, $n \geq 2$ care satisface condițiile problemei 19.
21. Desenați schemele, utilizând porți ȘI, SAU și NU, următoarelor funcții:
 (a) $x(y + z)$
 (b) $xy + xz$
 (c) $(x(y + z))'$
 (d) $x' + y'z'$
 (e) $w(x + yz)$

22. Desenați schemele, utilizând porți SAU-NU și NU, următoarelor funcții:

- (a) $(x' + (y + z)')'$
 (b) $((x' + y')' + (x' + z')')$

23. Utilizând porți ȘI-NU și inversoare desenați schemele următoarelor funcții:

- (a) $(x(y'z'))'$
 (b) $xy + xz$

24. Proiectați circuitul de control al luminii unui culoar, având un întrerupător în fiecare capăt al culoarului. Aceste întrerupătoare controlează sursa, unică, de lumină a culoarului. Dacă lumina este stinsă atunci, prin schimbarea poziției oricărui întrerupător lumina se aprinde. Similar, dacă lumina este aprinsă atunci, prin schimbarea oricărui întrerupător lumina se stinge. Determinați un tabel de adevăr și descrieți cum se implementează această funcție în termeni de porți logice sau întrerupătoare.

25. Demonstrați, utilizând tabele de adevăr că: $xy + yz + x'z = xy + x'z$.

26. Calculați complementul următoarelor funcții utilizând teorema DeMorgan:

- (a) $a(b + cd)$
 (b) $abc + b(c' + d')$
 (c) $x' + y'$
 (d) $x + yz'$
 (e) $(x + y)z$
 (f) $x + (yz)'$
 (g) $x(y + zw' + v's)$

27. Determinați complementul următoarelor funcții:

- (a) $(a + (bcd)')((a + d)' + b(c' + a))$
 (b) $ab'c + (a' + b + d)(abd' + b')$

28. Simplificați următoarele funcții utilizând teoremele algebrei booleene. Pentru fiecare funcție simplificată calculați numărul de literali.

- (a) $xy + xy'$
 (b) $(x + y)(x + y')$
 (c) $yz' + x'yz + xyz$
 (d) $(x + y)(x' + y + z)(x' + y + z')$
 (e) $x + xyz + x'yz + x'y + wx + w'x$

29. Se consideră funcția $f(a, b, c, d) = (ad + a'c)(b'(c + bd'))$. Se cere:

- (a) desenați schema acestei funcții utilizând porți ȘI, SAU și NU.
 (b) minimizați, utilizând teoremele algebrei booleene, această funcție și desenați schema corespunzătoare.

30. Se consideră funcția $f(a, b, c, d) = \Sigma m(0, 1, 2, 7, 8, 9, 10, 15)$.

- (a) Scrieți forma canonică în sumă de produse.
 (b) Scrieți forma canonică în produs de sume.
 (c) Scrieți complementul funcției în forma canonică sumă de produse.
 (d) Scrieți complementul funcției în forma canonică produs de sume.