**Laboratorul PL**
Suport de Laborator II

1. Să se găsească sumele minimale şi produsele minimale pentru următoarele funcţii:

   (a) $f = m(0 + 2 + 4 + 8 + 10 + 12)$,
   (b) $f = m(2 + 3 + 6 + 7 + 8 + 9 + 12 + 13)$,
   (c) $f = m(0 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 12 + 13 + 14)$,
   (d) $f = m(1 + 4 + 6 + 7 + 13)$,
   (e) $f = m(1 + 3 + 7 + 13 + 15)$.

2. Se consideră funcţia: $f = m(4 + 5 + 8 + 9 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 20 + 21 + 22 + 23 + 24 + 25 + 26 + 28 + 29 + 30 + 31)$.

   (a) Reprezentaţi funcţia utilizând metoda diagramelor Karnaugh şi determinaţi implicanţii primi.
   (b) Câţi implicanţi primi are funcţia?
   (c) Câţi implicanţi esenţiali are funcţia?
   (d) Calculaţi o formă minimală a acestei funcţii.

3. Pentru funcţia: $f = m(1 + 4 + 5)$ având termenii nedeterminaţi $d = m(2 + 3 + 6 + 7 + 8 + 9 + 12 +13)$, se cere:
   (a) Calculaţi o sumă minimală pentru această funcţie.
   (b) Calculaţi un produs minimal pentru această funcţie.

4. Ştiind că $x \oplus y = xy' + x'y$ şi că $x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z$, arătaţi că:
   (a) $x + y = x \oplus y \oplus xy$.
   (b) Dacă pentru funcţia $f$ suma canonică este dată de $f = p_{i1} + p_{i2} + \ldots + p_{in}$, unde $p_{ik}$ sunt produse fundamentale (mintermi), atunci arătaţi că are loc egalitatea: $f = p_{i1} \oplus p_{i2} \oplus \ldots \oplus p_{in}$.
   (c) Dacă $x \oplus x = 0$ şi $f = m(5 + 7 + 8 + 9 + 12 + 13 + 14 +15)$, atunci proiectaţi un circuit în care ieşirea este obţinută dintr-o poartă $\oplus$ ale cărei intrări sunt conectate la porţi ŞI. (Utilizaţi un număr minim de porţi).

5. Se cere proiectarea unui circuit pentru funţia: $f = m(0 + 3 + 5 + 7 + 8 + 11 + 13 + 15 + 20 + 21 + 22 + 23 + 28 + 29 + 30 + 31)$. Porţile cu care se va proiecta circuitul sunt SAU şi ŞI cu două şi respectiv patru intrări. Să se determine un circuit combinaţional în două nivele utilizând un număr minim de porţi astfel încât:
   (a) Ieşirea circuitului este produsă de un circuit SAU;
   (b) Ieşirea circuitului este produsă de un circuit ŞI.

6. Se consideră funcţia: $f = m(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7 + 10)$. Se cere:
   (a) Scrierea funcţiei în forma unui produs minimal.
   (b) Utilizând forma calculată la punctul (a) efectuaţi produsele utilizând teoremele: $(X + Y)(W + Z) = WX + WY + XZ + YZ$ şi $XX = X$, $XX' = 0$, $X + XY = X$. Rezultatul trebuie să fie o sumă de produse.

(c) Calculaţi o sumă minimală pentru funcţia $f$.
(d) Comparaţi rezultatele obţinute la punctele (b) şi (c). Puteţi trage o concluzie generală după această comparaţie?

6. O funcţie $f(x_1, x_2, \ldots, x_{17})$ ia valoarea 1 ori de câte ori exact una dintre variabilele sale are valoare 1.
   (a) Câţi implicanţi primi are această funcţie?
   (b) Dacă s-a proiectat o reţea combinaţională pentru această funcţie şi apoi liniile primare de intrare sunt re-etichetate astfel: $x1$ este re-etichetat $x_2$, $x_2$ este re-etichetat $x_3$, ş.a.m.d. $x_{17}$ este re-etichetat $x_1$, atunci care ar fi funcţia realizată de această reţea?

8. Să se proiecteze o reţea combinaţională multi-ieşire, în două nivele (ŞI-SAU ori SAU-ŞI), pentru rumătorul sistem de funcţii:

$$f_1 = m(0 + 4 + 5),$$
$$f_2 = m(0 + 2 + 3 + 4 + 5),$$
$$f_3 = m(0 + 1 + 2).$$

9. Să se proiecteze un circuit multi-ieşire în formă sumă minimală pentru fiecare dintre următoarele sisteme de funcţii:

(a) $f_1 = wxy + w'y'z$; $f_2 = x'z' + wxz + xy'z$; $f_3 = x'z' + wxyz + w'x'y'$.
(b) $f_1 = yz + wz$; $f_2 = yz + wz + wxz$; $f_3 = wy'z + w'xyz'$.
(c) $f_1 = wx' + x'z$, $f_2 = wz + xz' + xy + w'x'z$.

10. Proiectaţi un circuit multi-ieşire în două nivele având un număr minimal de porţi (de tipul SAU, ŞI) pentru următoarele funcţii:
$f_1 = m(1 + 4 + 5 + 7 + 13)$, $d_1 = m(3 + 6)$;
$f_2 = m(3 + 5 + 7)$, $d_2 = m(6)$;
$f_3 = m(3 + 4 + 11 + 13 + 15)$, $d_3 = m(9 + 14)$.

11. Pentru fiecare funcţie specificată se cere să determinaţi formele canonice disjunctive corespunzătoare (folosind mintermi):
   (a) O funcţie de cinci variabile ($v, w, x, y, z$) care nu conţine nici un implicant prim esenţial.
   (b) O funcţie de cinci variabile ($v, w, x, y, z$) pentru care toţi implicanţii primi sunt esenţiali.
   (c) O funcţie de patru variabile ($w,x,y,z$) care este nemodificată atunci când variabilele $y$ şi $z$ sunt interschimbate.
   (d) Două funcţii de patru variabile ($w,x,y,z$) pentru care sumele minimale multi-ieşire nu conţin nici unul dintre implicanţii primi ai funcţiei produs.
   (e) O funcţie de patru variabile ($w,x,y,z$) având cel puţin doi termeni în suma minimală şi nici o variabilă complementată.

12. Se consideră funcţia $f = m(0 + 5 + 16 + 21 + 32 + 37 + 45 + 48 + 53 + 61 + 64 + 69 + 80 + 96 + 112 + 117 + 125)$. Folosind diagramele Karnaugh determinaţi toţi implicanţii primi ai funcţiei şi o sumă de produse, minimală a acesteia.

13. Se consideră funcţiile:

$f_1 = m(1 + 5 + 7 + 8 + 12 + 13 + 14 + 15)$,
$f_2 = m(0 + 1 + 5 + 8 + 14)$ ,
$f_3 = m(0 + 2 + 3 + 6 + 8 + 9 + 10 + 11 + 14)$.

Utilizând diagramele Karnaugh se cere determinarea unui circuit combinaţional în două nivele multi-ieşire, minimal, care să implementeze aceste trei funcţii.

14. O reţea combinaţională primeşte două numere $\boldsymbol{A} = a_4a_2a_1$, şi $\boldsymbol{B} = b_4b_2b_1$. Se cere să se proiecteze acestă reţea printr-o sumă minimală de produse care să calculeze valoarea 1 a ieşirii circuitului dacă şi numai dacă $\boldsymbol{A}$ este mai mare decât $\boldsymbol{B}$.

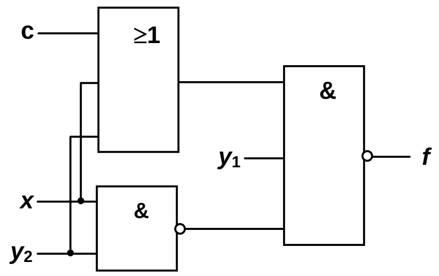


**Figura 2.1.** Circuitul problemei 15.

15. Se consideră circuitul din figura 2.1.

(a) Calculaţi $f(x, c, y_1, y_2)$ şi utilizaţi teorema DeMorgan pentru a elimina orice termeni ori factori complementaţi.
(b) Redesenaţi circuitul eliminând cât mai multe inversiuni cu putinţă, păstrând funcţionalitatea.
(c) Calculaţi $f(x, c, y_1, y_2)$ corespunzătoare circuitului redesenat la punctul (b).

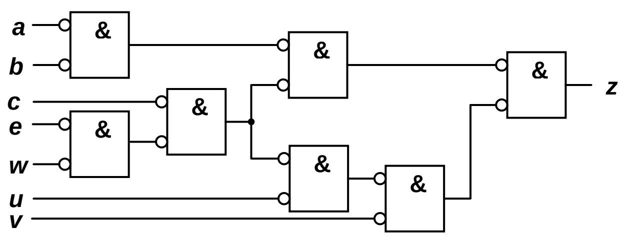


**Figura 2.2.** Circuitul problemei 16.

16. Analizaţi circuitul din figura 2.2. Se cere:

(a) Redesenaţi circuitul utilizând cât mai puţine inversiuni, păstrând neschimbată funcţionalitatea.
(b) Scrieţi o expresie algebrică pentru linia $z$.
(c) Exprimaţi $z$ în sumă de produse.
(d) Determinaţi duala expresiei calculate la punctul (b).
(e) Exprimaţi $z$ ca un produs de sume.

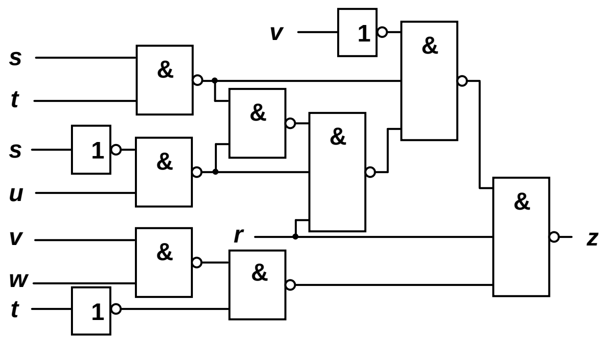


**Figura 2.3.** Circuitul problemei 17.

17. Analizaţi circuitul cu porţi ŞI-NU din figura 2.3. Redesenaţi circuitul astfel încât să eliminaţi cât mai multe inversiuni, păstrând neschimbată funcţionalitatea. Scrieţi o expresie cât mai simplă în sumă-de-produse pentru linia ***z***.

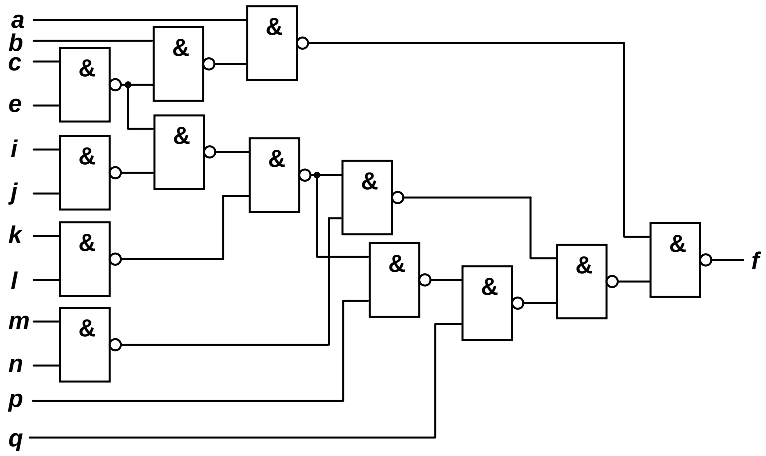


**Figura 2.4.** Circuitul problemei 18.

18. Se consideră circuitul din figura 2.4. Se cere:
   (a) Determinaţi *f*(*a, b, c, e, i, j, k, l, m, n, p, q*) în raport cu circuitul dat.
   (b) Utilizaţi teorema DeMorgan pentru eliminarea termenilor ori factorilor complementaţi.
   (c) Redesenaţi circuitul astfel obţinut şi determinaţi *f*(*a, b, c, e, i, j, k, l, m, n, p, q*), pentru acest circuit.

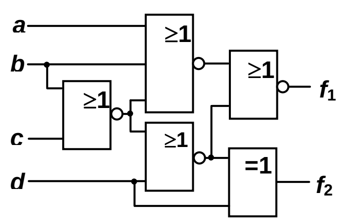


**Figura 2.5.** Circuitul problemei 19.

19. Determinaţi cele mai simple expresii pentru $f_1$ şi $f_2$, din figura 2.5.

20. Minimizaţi următoarele funcţii utilizând diagrame Karnaugh:
(a) $f(a, b, c, d) = a'b'c'd' + abc'd' + ab'c'd' + abcd + a'b'cd' + ab'cd' + a'bcd'$;

(b) $f(a, b, c, d) = m\Sigma(1, 3, 4, 6, 9, 11, 13, 15)$;
(c) $f(a, b, c, d) = M\Pi(3, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15)$;
(d) $f(a, b, c, d, e) = m\Sigma(4, 8, 10, 15, 17, 20, 22, 26) + x\Sigma(2, 3, 12, 21, 27)$;

21. Proiectaţi şi minimizaţi circuitul combinaţional capabil să genereze bitul de paritate pentru cifrele zecimale codificate binar (BCD). Acest circuit va avea o linie de ieşire suplimentară care produce un semnal de eroare ori de câte ori circuitul recepţionează un cod care nu corespunde unei cifre zecimale codificată binar (BCD).

22. Se consideră funcţia $f(w, x, y, z) = (w + x')(w + x' + y')(y + z')$.
(a) Determinaţi o formă sumă de produse cu câţi mai puţini termeni produs;
(b) Determinaţi o formă produs de sume cu câţi mai puţini termeni sumă;

23. Se consideră tabelele de incidenţă dintre implicanţii primi şi mintermii funcţiilor $f(a, b, c, d)$ şi $g(a, b, c, d)$. Determinaţi pentru fiecare funcţie acoperirile prime şi calculaţi cardinalitatea fiecărei acoperiri.
(a)

*Tabelul de incidenţă al funcţiei f(a, b, c, d)*

| | $m_0$ | $m_4$ | $m_5$ | $m_6$ | $m_{11}$ | $m_{13}$ | $m_{15}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_1 = a'c'$ | * | * | * | | | | |
| $p_2 = c'd$ | | | * | | | * | |
| $p_3 = b'd$ | | | | | * | | |
| $p_4 = ad$ | | | | | * | * | * |
| $p_5 = a'bd'$ | | * | | * | | | |

(b)

*Tabelul de incidenţă al funcţiei g(a, b, c, d)*

| | $m_0$ | $m_1$ | $m_4$ | $m_5$ | $m_6$ | $m_7$ | $m_9$ | $m_{11}$ | $m_{15}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_1 = a'c'$ | * | * | * | * | | | | | |
| $p_2 = a'b$ | | | * | * | * | * | | | |
| $p_3 = ac$ | | | | | | | | * | * |
| $p_4 = bc$ | | | | | * | * | | | * |
| $p_5 = ab'd$ | | | | | | | * | * | |

24. Proiectaţi un circuit combinaţional care primeşte pe liniile sale de intrare cifrele zecimale codificate binar, BCD. Circuitul are două linii de ieşire notate prin *u* şi *v*. Linia *u* ia valoarea 1 ori de câte ori cifra aflată pe liniile de intrare este un multiplu de 3 iar linia *v* ia valoarea 1 ori de câte ori cifra aflată pe liniile de intrare este un multiplu de 4. Determinaţi pentru acest circuit combinaţional multi-ieşire (vectorial) o formă sumă de produse, minimizată.

25. Se consideră funcţia $f(a, b, c, d) = a'bc + ad + ac$. Re-exprimaţi funcţia astfel:
(a) Produs canonic de sume;
(b) Produs minimizat de sume;
(c) Complementara funcţiei printr-o formă produs de sume;
(d) Complementara funcţiei printr-o sumă de produse.

26. Se consideră codul ASCII pentru literele majuscule ale alfabetului latin din tabelul *A*. Codul fiecărei litere din tabelul *A* este specificat în octal. Astfel codul literei $C = (03)_8 = (000\ 011)_2$.

*Tabelul A*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A 01 | B 02 | C 03 | D 04 | E 05 | F 06 | G 07 | H 10 |
| I 11 | J 12 | K 13 | L 14 | M 15 | N 16 | O 17 | P 20 |
| Q 21 | R 22 | S 23 | T 24 | U 25 | V 26 | W 27 | X 30 |
| Y 31 | Z 32 | | | | | | |

Proiectaţi un circuit combinaţional care are două linii de ieşire *v* şi *w*, astfel:
- Linia *v* ia valoarea 1 atunci când la intrarea circuitului se aplică codul unei vocale în codul ASCII.
- Linia *w* ia valoarea 1 atunci când la intrarea circuitului se aplică un cod care nu apare în tabelul *A* ( *w* este o linie de eroare).

Circuitul va fi exprimat prin sume minime de produse.

27. Se consideră un circuit combinaţional având patru linii de intrare, $a_2a_1$ şi respectiv $b_2b_1$, şi două linii de ieşire, $c_2c_1$. Acest circuit calculează *suma modulo-4* pentru două numere binare cu câte două ranguri.

| | | **A** | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 |
| | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| **B** | 1 | 1 | 2 | 3 | 0 |
| | 2 | 2 | 3 | 0 | 1 |
| | 3 | 3 | 0 | 1 | 2 |

***C*** = ( ***A*** + ***B***) Modulo-4

Să se determine pentru cele două linii de ieşire exprimări în sume minime de produse.

28. Proiectaţi un circuit combinaţional cu 5 linii de intrare $x_4x_3x_2x_1x_0$ şi două linii de ieşire *s* şi *t*, care detectează la ieşiri multiplii de 5 ($s$ =1) şi respectiv de 7 ($t = 1$). Forma cerută pentru acest circuit este un produs minim de sume.

29. Minimizaţi funcţia $f(x, y, z) = yz + x'z'$, având termenii neprecizaţi $X(x, y, z) = xy' + xyz' + x'y'z$.

30. Se consideră expresia $z = b'c'd'e' + bc'd'e + a'bce + abcde + ab'cd'e' + a'bc'de + a'b'de' + a'b'cd'e' + ab'c'de'$. Simplificarea acestei funcţii arată astfel: $z = be + b'de' + b'd'e'$. Stabiliţi dacă această funcţie are termeni neprecizaţi iar, în caz afirmativ determinaţi mulţimea acestora.

31. Duala complementului unei expresii Boole-ene *z*, are forma: $(z')^D = abc + d'e + bc'e$. Determinaţi expresia *z*.

32. Calculaţi duala expresiei $U = abcd' + ab'c'd + a'b'c'd'$, şi complementul expresiei $V = a + ((b + c')d + e')f$.

33. Determinaţi sumele de produse minime, utilizând diagrame Karnaugh cu patru variabile, pentru funcţiile următoare:

(a) $f = m\Sigma(0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11)$;
(b) $g = m\Sigma(0, 1, 5, 7, 8, 10, 14, 15)$;
(c) $h = m\Sigma(0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 12)$.

34. Calculaţi expresiile în sume de produse şi produse de sume minime pentru funcţia:

$$f(a, b, c, d) = M\Pi(1, 4, 5, 6, 11, 12, 13, 14, 15)$$

şi cercetaţi unicitatea expresiilor respective.

35. Stabiliţi expresia minimă în sumă de produse pentru funcţia următoare:

$$\Phi(r, s, t, u) = m\Sigma(0, 2, 4, 9, 12, 15) + d\Sigma(1, 5, 7, 10).$$

36. Se consideră funcţia

$$\Psi(a, b, c, d) = m\Sigma(1, 2, 3, 5, 13) + d\Sigma(6, 7, 8, 9, 11, 15).$$

(a) Calculaţi o expresie minimă în sume de produse pentru funcţia aceasta.
(b) Calculaţi o expresie minimă în produse de sume pentru funcţia $\Psi$.
(c) Comparaţi expresiile obţinute la primele două puncte, iar dacă nu sunt funcţii identice explicaţi raţiunea.

37. Să se determine toate funcţiile de patru variabile, $x_8$, $x_4$, $x_2$ şi $x_1$, care au valoarea 1 pentru mintermii 4, 10, 11, 13 şi valoarea 0 pentru mintermii 1, 3, 6, 7, 8, 9, 12 şi 14.

38. Sunt considerate două funcţii, de câte patru variabile fiecare, specificate astfel:

$$f_1(x_8, x_4, x_2, x_1) = m\Sigma(1, 3, 4, 5, 9, 10, 11) + d\Sigma(6, 8) \text{ şi}$$
$$f_2(x_8, x_4, x_2, x_1) = m\Sigma(0, 2, 4, 7, 8, 15) + d\Sigma(9, 12).$$

(a) Calculaţi $f_3 = f_1 \cdot f_2$. Câte funcţii reprezintă această funcţie?
(b) Determinaţi $f_4 = f_1 + f_2$. Câte funcţii reprezintă această funcţie?
(c) Calculaţi forme sume de produse minimizate pentru funcţiile $f_1, f_2, f_3$ şi $f_4$.

39. Sunt cunoscute funcţiile:

$$f(a,b, c, d) = m\Sigma(5, 6, 13) \text{ şi}$$
$$f_1(a,b, c, d) = m\Sigma(0,1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13).$$

Determinaţi funcţia $f_2(a,b, c, d)$ astfel încât:

$$f(a,b, c, d) = f_1(a,b, c, d) \cdot f_2'(a,b, c, d).$$

Funcţia $f_2(a,b, c, d)$ este unică?
Dacă răspunsul este negativ, atunci indicaţi toate posibilităţile.

40. Se consideră reţeaua combinaţională din figura 2.6. Determinaţi funcţii $f_2$ şi $f_3$, ştiind că $f_1 = xz' + x'z$, iar funcţia $f(w, x, y, z) = m\Sigma(0,4, 9, 10, 11, 12)$.

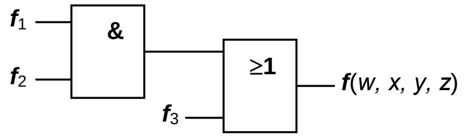


Figura 2.6. Circuitul problemei 40.

41. Un circuit combinaţional primeşte pe patru linii de intrare, notate prin $x_8$, $x_4$, $x_2$ şi $x_1$, coduri binare ale cifrelor zecimale (BCD). Proiectaţi circuitul combinaţional astfel încât linia de ieşire $z$ să fie asertată ori de câte ori liniile de intrare primesc codurile corespunzătoare cifrelor 0, 2, 3, 5, sau 8.

42. Determinaţi cea mai simplă funcţie $g(a, b, c, d)$ astfel încât funcţia:

$$f(a, b, c, d) = a'bc + (ac + b)d + g(a, b, c, d),$$

să fie autoduală.

43. Utilizaţi diagramele Karnaugh ca să minimizaţi următoarele funcţii:

(a) $f_1 = m\Sigma(3, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 17, 19, 20, 21, 24, 25, 27, 28)$;

(b) $f_2 = m\Sigma(0, 1, 2, 4, 5, 9, 11, 13, 15, 16, 18, 22, 23, 26, 29, 30, 31)$.

44. Minimizaţi funcţia:
$g(u, v, w, x, y, z) = m\Sigma(1, 2, 6, 7, 9, 13, 14, 15, 17, 22, 23, 25, 25, 29, 30, 31)$, utilizând diagramele Karnaugh.

45. Minimizaţi funcţia $h(u, v, w, x, y, z) = u'w'y' + uwy + w'xy'z$, utilizând diagramele Karnaugh.

46. Se consideră funcţia $k(w, x, y, z) = m\Sigma(0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 17, 9, 11, 15)$. Utilizaţi diagrama Karnaugh a acestei funcţii pentru ca să calculaţi toţi implicanţii primi ai acestei funcţii.

(a) Stabiliţi implicanţii primi esenţiali.

(b) Determinaţi o expresie minimă a funcţiei $k(w, x, y, z)$. Există o expresie minimă unică? În caz că există mai multe expresii minime ale acestei funcţii determinaţi-le.

47. Să se determine diagrama Karnaugh a funcţiei $\alpha(w, x, y, z) = m\Sigma(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 14, 15)$.
Se cere:

(a) Determinaţi mulţimea tuturor implicanţilor primi ai funcţiei $\alpha(w, x, y, z)$, utilizând diagrama Karnaugh.

(b) Arătaţi care sunt implicanţii primi esenţiali.

(c) Calculaţi trei expresii minimale ale funcţiei $\alpha(w, x, y, z)$.

(d) Utilizaţi diagrama Karnaugh ca să determinaţi formula în sume de produse a complementului funcţiei $\alpha(w, x, y, z)$.

(e) Presupunând că variabile de intrare sunt disponibile doar asertate, proiectaţi un circuit logic care să implementeze cu doar 13 linii de intrare în porţi şi două inversoare funcţia $\alpha(w, x, y, z)$.

48. Stabiliţi câte o diagramă Karnaugh pentru, o funcţie de patru variabile cu opt mintermi şi:

(a) nici un implicant prim esenţial;

(b) toţi implicanţi primi sunt esenţiali.

49. Alcătuiţi o diagramă Karnaugh pentru o funcţie de patru variabile, cu un număr par de implicanţi din care jumătate sunt esenţiali.

50. Desenaţi diagrama Karnaugh a unei funcţii $f(a, b, c, d)$ cu şase implicanţi primi din care patru sunt esenţiali iar doi sunt acoperiţi de cei esenţiali.

51. Dovediţi ori găsiţi un contra-exemplu pentru fiecare din propoziţiile următoare:
(a) Dacă o funcţie $f$ are o expresie minimă unică în sume de produse, atunci toţi implicanţii săi sunt esenţiali.
(b) Dacă o funcţie $f$ are o unică expresie minimă în sume de produse, atunci are o unică expresie minimă în produs de sume.
(c) O funcţie are proprietatea că produsul doi câte doi al tuturor implicanţilor primi este 0, atunci funcţia are o expresie minimă unică.
(d) Pentru fiecare implicant prim $p$ care nu este implicant prim esenţial al unei funcţii $f$, există o expresie iredundantă a funcţiei $f$ care nu conţine implicantul prim $p$.
(e) Dacă o funcţie $f$ nu are nici un implicant prim esenţial, atunci funcţia $f$ are cel puţin două forme sumă de produse, minime.

52. Să se deseneze o diagramă Karnaugh pentru o funcţie ireductibilă care are o reprezentare prin sumă de produse cu exact opt mintermi.

53. Arătaţi că există o funcţie cu $n$ variabile a cărei formă minimă în sumă de produse constă din $2^{n-1}$ mintermi şi că nici o funcţie exprimată în sumă de produse nu necesită mai mult decât $2^{n-1}$ termeni produs.

54. Fie $f(a, b, c, d) = a'bc + b'c'd$. Arătaţi că orice expresie a acestei funcţii trebuie să conţină cel puţin un literal $d$ ori un literal $d'$.

55. Se consideră funcţiile având proprietatea că atunci când sunt exprimate prin sume de produse, fiecare variabilă apare fie numai în formă complementată, fie numai în formă asertată – dar nu în ambele forme.
Astfel de funcţii sunt numite, în literatură, funcţii unate.
Arătaţi că sumele minime de sume de produse ale funcţiilor unate sunt unice.

56. Utilizaţi metoda Quine-McCluskey pentru generarea mulţimii implicanţilor primi şi pentru generarea tuturor expresiilor minime în sume de produse pentru funcţiile:

(a) $f(r, s, t, u) = m\Sigma(1, 5, 6, 12, 13, 14) + d\Sigma(2, 4)$.
(b) $g(a, b, c, d, e) = m\Sigma(0, 1, 3, 8, 9, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 24, 25, 27, 31)$.
(c) $h(r, s, t, u) = m\Sigma(0, 1, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 15) + d\Sigma(10, 14)$.
(d) $j(v, w, x, y, z) = m\Sigma(1, 5, 6, 7, 9, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 25, 29, 30)$.
(e) $k(a, b, c, d) = m\Sigma(0, 1, 5, 7, 8, 10, 14, 15)$.

57. Arătaţi că următoarele identităţi au loc pentru variabilele Boole-ene $x$ şi $y$:
($i$) $x + y = x \oplus y \oplus xy$,
($ii$) $x' = x \oplus 1$.

Utilizând relaţiile (*i*) şi (*ii*) arătaţi că orice expresie Boole-eană poate fi transformată utilizând funcţia SAU-EX (*sumă modulo*-2) şi funcţia ŞI. Aplicaţi conversia expresiei:

$$F = xyz' + xy'z + x'z.$$

Stabiliţi un procedeu de conversie din scrierea care utilizează doar funcţia SAU-EX (*sumă modulo*-2) şi funcţia ŞI într-o scriere care utilizează doar funcţiile ŞI, SAU şi NU. Verificaţi acest procedeu utilizând expresia:

$$G = x \oplus y \oplus z.$$

58. Se consideră funcţia $g(a, b, c, d, e) = m\Sigma(0, 1, 5, 6, 11, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 24, 26, 27, 28, 29)$. Pentru această funcţie s-au determinat deja implicanţii primi:

$$ac'd,\ acd',\ a'b'c'd',\ a'b'd'e,\ b'cd'e,\ abd'e',$$
$$abc'e',\ bc'de,\ a'bde,\ a'bcd,\ a'cde'.$$

(*i*) Stabiliţi toţi implicanţii primi esenţiali ai funcţiei $g(a, b, c, d, e)$ şi actualizaţi în consecinţă matricea de incidenţă dintre implicanţii primi şi termenii canonici.
(*ii*) Găsiţi toţi implicanţii primi dominaţi şi actualizaţi corespunzător matricea de incidenţă.
(*iii*) Reluaţi etapa (*i*) determinând implicanţii primi esenţiali secundari şi apoi reluaţi etapa (*ii*).
(*iv*) Iteraţi etapa (*iii*) ori de câte ori este necesar.
(*v*) Determinaţi o soluţie minimă în sume de produse pentru această funcţie.

59. Pentru funcţia:

$$j(a, b, c, d, e) = m\Sigma(0, 1, 5, 14, 15, 21, 24, 26, 27, 28) +$$
$$d\Sigma(6, 11, 18, 19, 20, 29),$$

s-au determinat implicanţii primi:

$$ac'd,\ acd',\ a'b'c'd',\ a'b'd'e,\ b'cd'e,\ abd'e',$$
$$abc'e',\ bc'de,\ a'bde,\ a'bcd,\ a'cde'.$$

(*i*) Determinaţi toţi implicanţii primi esenţiali ai funcţiei $j(a, b, c, d, e)$ şi modificaţi corespunzător matricea de incidenţă dintre implicanţii primi şi termenii canonici.
(*ii*) Stabiliţi toţi implicanţii primi dominaţi şi actualizaţi corespunzător matricea de incidenţă.
(*iii*) Reluaţi etapa (*i*) determinând implicanţii primi esenţiali secundari şi apoi reluaţi etapa (*ii*).
(*iv*) Iteraţi etapa (*iii*) ori de câte ori este necesar.
(*v*) Calculaţi o soluţie minimă în sume de produse pentru această funcţie.