UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI

Instrumente Structurale
2007-2013

Platformă de e-learning și curriculă e-content pentru învățământul superior tehnic

Elemente de Electronică Analogică

49. Circuite liniare cu AO

Convertoare de impedanţă negativă

Privit ca un cuadripol, convertorul de impedanţă negativă este caracterizat prin sistemul matricial de mai jos, ecuaţiile fiind scrise cu parametrii g

Figura 6.1

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & K \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \qquad (1) \qquad \begin{cases} i_1 = g_{11}u_1 + g_{12}i_2 \\ u_2 = g_{21}u_1 + g_{22}i_2 \end{cases}$$

Acest cuadripol are proprietatea că impedanţa văzută la una din perechile sale de borne este proporţională cu valoarea negativă a impedanţei conectată la cealaltă pereche de borne

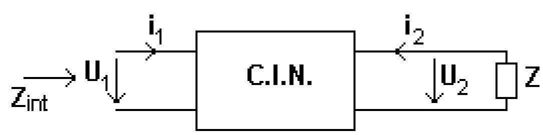


Figura 6.2

Din (1) $\Rightarrow \begin{matrix} u_1 = u_2 \\ i_1 = Ki_2 \end{matrix}$

$$u_2 = -Zi_2 \qquad \Rightarrow \qquad Z_{\text{int}} = \frac{u_1}{i_1} = -\frac{Z}{K}$$

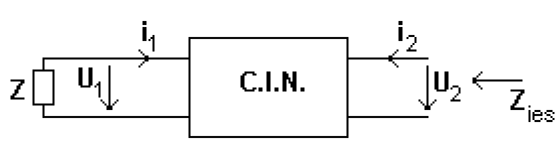


Figura 6.3

$$Z_{ies} = \frac{u_2}{i_2} = -ZK$$

O metodă de realizare a unui covertor de impedanţă negativă este prezentată in figura 6.4.

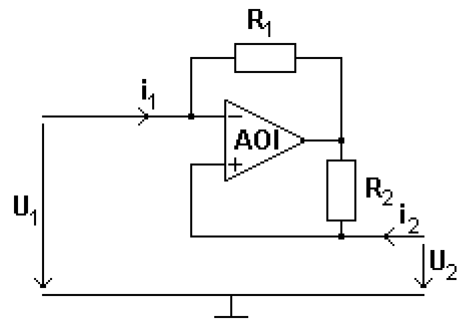


Figura 6.4

Trebuie remarcat că reacţia globală a acestei scheme trebuie să fie negativă, altfel circuitul are tendinţa de instabilitate. În aceste condiţii:

$$u_1 = u_2$$

$$i_1 R_1 = i_2 R_2 \quad \Rightarrow K = \frac{R_2}{R_1}$$

Exemplu:

Să se calculeze Z_{int} pentru schema de mai jos:

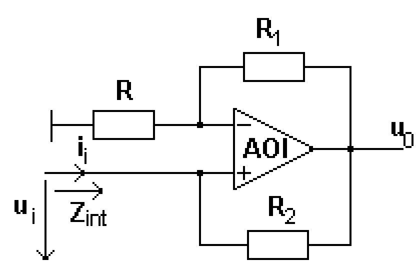


Figura 6.5

Schema este un CIN cu rezistenţă cuplată la intrarea cuadripolului echivalent R_1. Dar schema poate fi interpretată şi ca un amplificator neinversor cu o impedantă cuplată între intrare şi ieşire. În aceste condiţii:

$$A = \frac{u_0}{u_i} = 1 + \frac{R_1}{R}$$

Pe de altă parte, deoarece impedanţa de intrare a AO este infinită (AOI) rezultă :

$$Z_{\text{int}} = \frac{u_i}{i_i} = \frac{u_i}{\frac{u_i - u_0}{R_2}} = \frac{u_i}{\frac{u_i - Au_i}{R_2}} = \frac{R_2}{1-A} = -\frac{R_2}{R_1}R$$

Un alt exemplu de CIN cu impedanţă cuplată pe ieşire:

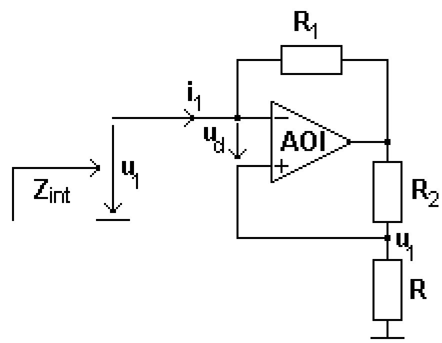


Figura 6.6

Circuitul avand reactie negativa rezulta ca : $u_d = 0$. Tinand cont de divizorul de la iesire rezulta :

$$u_0 \frac{R}{R_2 + R} = u_1$$

Pe de altă parte:

$$Z_{\text{int}} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u_1}{\frac{u_1 - u_0}{R_1}} = \frac{u_1 R_1}{u_1 - u_1 \frac{R_2 + R}{R}} = -\frac{R_1 R}{R_2} = -\frac{R}{\frac{R_2}{R_1}}$$

Se noteaza cu $K = \frac{R_2}{R_1}$

Rezultatele obţinute în exemplele prezentate se bazează pe ipoteza că amplificatorul este ideal. În cazul în care se consideră că produsul amplificare-bandă de frecvenţă este finită atunci impedanţa prezintă şi un caracter inductiv.

În aceste condiţii:

$$u_1 = u_d + u_0 \frac{R}{R_2 + R} = u_0\left(-\frac{1}{A_0} + \frac{R}{R_2 + R}\right) \qquad (u_0 = -u_d A_0)$$

$$Z_{\text{int}} = \frac{u_1 R_1}{u_1 - u_0} = \frac{R_1}{1 - \dfrac{1}{-\dfrac{1}{A_0} + \dfrac{R}{R_2 + R}}} \cong -R_1\left(-\frac{1}{A_0} + \frac{R}{R_2 + R}\right)$$

Pe de altă parte amplificarea în buclă deschisă A0 depinde de frecvenţă (vezi cursul 2)

$$A_0 = \frac{A_0^{'}}{1 + j\dfrac{f}{f_s}}$$

Înlocuind se obţine pentru impedanţa de intrare expresia:

$$Z_{\text{int}} = \frac{R_1}{A_0^{'}} - \frac{R_1 R}{R_2 + R} + j\frac{f}{f_s}\frac{R_1}{A_0^{'}} = R_{echiv} + j\omega L_{echiv}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$R_{echiv} = \frac{R_1}{A_0^{'}} - \frac{R_1 R}{R_2 + R} \qquad L_{echiv} = \frac{R_1}{2\pi f_s A_0^{'}}$$

Aplicatie: buffer cu impedanta negativa

Figura 6.7 (in anexa de figuri)

Convertoare de impedanţe complexe

Giratorul este un alt cuadripol folosit şi pentru transformarea impedanţelor complexe.

Simbolurile utilizate pentru giratoare sunt prezentate mai jos:

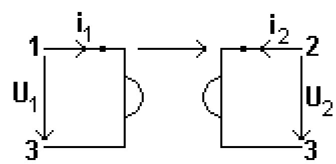


Figura 6.8a

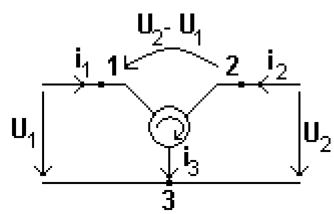


Figura 6.8b

Ecuaţia matricială (cu parametrii y) a caracteristicii de transfer este :

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & G \\ -G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = y_{11}u_1 + y_{12}u_2$$

$$I_2 = y_{21}u_1 + y_{22}u_2$$

O proprietate a giratoarelor este caracteristica de transfer identica obţinută prin rotirea bornelor 1-2-3 ale cuadripolului în sensul săgeţii indicate în figura 6.8b

Adica transferul $1 \to 2\big|_{3=masa}$ identic cu $2 \to 3\big|_{1=masa}$ identic cu $3 \to 1\big|_{2=masa}$

Exemplu:

Considerăm cuadripolul cu notaţiile din figura 6.8b

Se pot scrie ecuaţiile:

$$\begin{cases} i_1 = Gu_2 \\ i_2 = -Gu_1 \\ i_3 = i_1 + i_2 \end{cases}$$

Prin rotirea cuadripolului se obţine schema din Figura 6.9

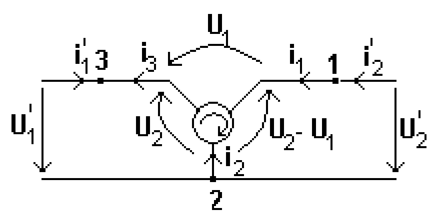


Figura 6.9

Rezultă :
$$\begin{aligned} &i_1^{'} = -i_3 && \Rightarrow i_2 = i_3 - i_1 = -i_1^{'} - i_2^{'} \\ &i_2^{'} = i_1 && \Rightarrow i_1 = i_2^{'} \\ &u_1^{'} = -u_2 && \Rightarrow u_2 = -u_1^{'} \\ &u_2^{'} = -(u_2 - u_1) && \Rightarrow u_1 = u_2^{'} + u_2 = u_2^{'} - u_1^{'} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_2^{'} = -Gu_1^{'} \\ -i_1^{'} - i_2^{'} = -G(u_2^{'} - u_1^{'}) \end{cases} \Rightarrow i_1^{'} = Gu_2^{'}$$

Conversia unei impedanţe se poate realiza prin cuplarea sa la cuadripol atât la intrare cât şi la ieşire, conversia fiind proporţională cu $\frac{1}{G^2}$

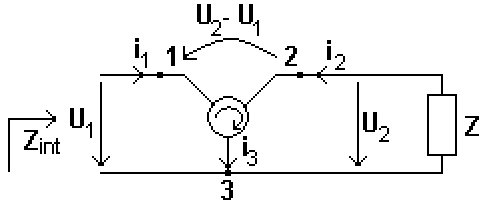


Figura 6.10

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = Gu_2 \\ i_2 = -Gu_1 \\ u_2 = -Zi_2 \end{cases} \Rightarrow u_2 = +ZGu_1 \qquad \frac{u_2}{u_1} = ZG$$

$$Z_{\text{int}} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u_1}{Gu_2} = \frac{1}{G^2 Z}$$

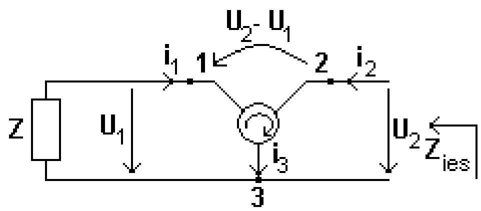


Figura 6.11

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = Gu_2 \\ i_2 = -Gu_1 \\ u_1 = -Zi_1 \end{cases} \Rightarrow u_1 = -ZGu_2 \qquad \frac{u_2}{u_1} = -\frac{1}{ZG}$$

$$Z_{ies} = \frac{u_2}{i_2} = \frac{u_2}{-Gu_1} = \left(-\frac{1}{G}\right)\left(-\frac{1}{ZG}\right) = \frac{1}{ZG^2}$$

Obţinerea, cu ajutorul giratoarelor, a unei impedanţe la care cele două borne sunt flotante se realizează cu schema din figura 10

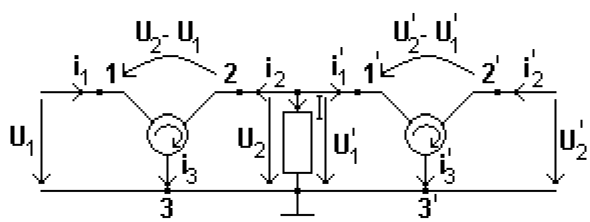


Figura 6.12

Avem relaţiile :

I	$u_2 = u_1^{'}$	
II	$i_2 + i_1^{'} + I = 0$	$u_2 = ZI$
III	$i_1 = Gu_2$	
IV	$i_2 = -Gu_1$	
V	$i_1^{'} = Gu_2^{'}$	
VI	$i_2^{'} = -Gu_1^{'}$	

Din III , I si VI : $i_1 = Gu_2 = Gu_1^{'} = G\left(-\frac{i_2^{'}}{G}\right) = -i_2^{'}$

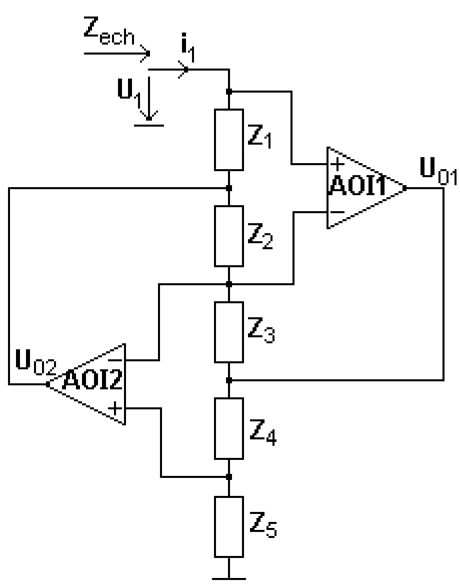
În aceste condiţii impedanta care se vede intre borna 1 si 2‘ este :

$Z_{12^{'}} = \frac{u_1 - u_2^{'}}{i_1} = \frac{\frac{u_2}{ZG}}{Gu_2} = \frac{1}{ZG^2}$ adica sa dedus relatia numaratorului din relatiile II, IV, V :

$$-Gu_1 + Gu_2^{'} + \frac{u_2}{Z} = 0 \quad \Rightarrow u_1 - u_2^{'} = \frac{u_2}{ZG}$$

Exemple de giratoare

Exemplu. 1



$$Z_{ech} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u_1}{\dfrac{u_1 - u_{02}}{Z_1}}$$

Observând că cele două amplificatoare sunt în conexiune de amplificatoare diferenţiale se poate scrie sistemul de ecuaţii :

$$\begin{cases} u_{01} = u_{02}\left(-\dfrac{Z_3}{Z_2}\right) + u_1\left(1 + \dfrac{Z_3}{Z_2}\right) \\ u_{o2} = u_{01}\left(-\dfrac{Z_2}{Z_3}\right) + u_{01}\dfrac{Z_5}{Z_5 + Z_4}\left(1 + \dfrac{Z_2}{Z_3}\right) \end{cases}$$

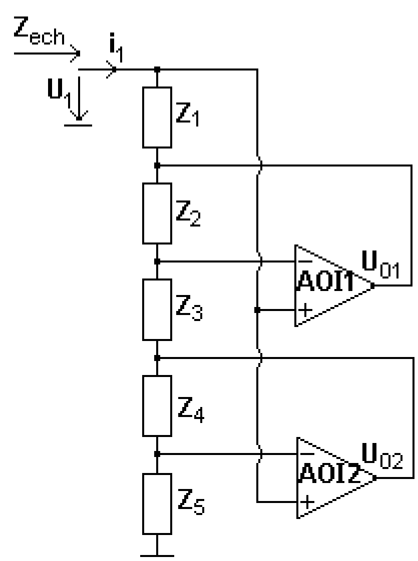
În urma rezolvării sistemului se obţine :

$$\begin{cases} u_{01} = u_1 \dfrac{Z_4 + Z_5}{Z_5} \\ u_{02} = u_1 \dfrac{Z_3 Z_5 - Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5} \end{cases}$$

În acest caz impedanţa echivalentă este dată de relaţia :

$$Z_{ech} = \frac{Z_1}{1 - \dfrac{Z_3 Z_5 - Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5}} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}$$

Exemplu. 2



$$Z_{ech} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u_1}{\dfrac{u_1 - u_{01}}{Z_1}}$$

În mod similar ca la exemplul precedent se scrie sistemul de ecuaţii :

$$\begin{cases} u_{01} = u_{02}\left(-\dfrac{Z_2}{Z_3}\right) + u_1\left(1 + \dfrac{Z_2}{Z_3}\right) \\ u_{02} = u_1\left(1 + \dfrac{Z_4}{Z_5}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_{01} = \left[-\frac{Z_2}{Z_3}\left(1 + \frac{Z_4}{Z_5}\right) + \left(1 + \frac{Z_2}{Z_3}\right)\right]u_1 = \left(1 - \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5}\right)u_1$$

$$Z_{ech} = \frac{Z_1}{1 - \left(1 - \dfrac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5}\right)} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}$$

Exempu 3 Girator modificat ($y_{22} \neq 0$)

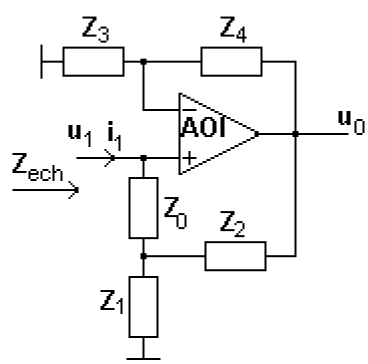


Figura 6.15

$Z_{ech} = \frac{u_1}{i_1}$ Amplificatorul fiind în conexiune de montaj neinversor : $u_0 = u_1\left(1 + \frac{Z_4}{Z_3}\right)$

Schema echivalentă a circuitului devine :

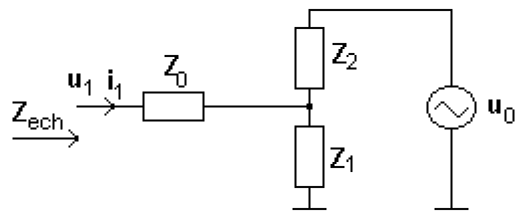


Figura 6.16

$$Z_e = Z_1 II\ Z_2$$

$$E_e = u_0 \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} = u_1 \frac{Z_1(Z_3 + Z_4)}{Z_3(Z_1 + Z_2)}$$

Rezultă schema :

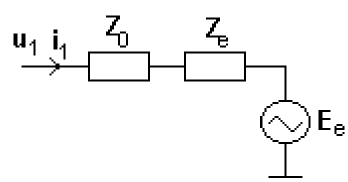


Figura 6.17

$$Z_{\text{int}} = \frac{u_1}{\dfrac{u_1 - E_e}{Z_0 + Z_e}} = \frac{Z_0 + Z_e}{1 - \dfrac{Z_1(Z_3 + Z_4)}{Z_3(Z_1 + Z_2)}} = \frac{Z_3(Z_0 Z_1 + Z_0 Z_2 + Z_1 Z_2)}{(Z_3 Z_2 - Z_1 Z_4)}$$

Se observă că dacă $Z_1 \to \infty$ schema devine un convertor de impedanţă negativă (fig 6.5) cu sarcina cuplată pe intrare

Exemplu de simulare a unei inductante (figura 6.18)

$$u_e = -\frac{\frac{1}{SC}}{R_1}e = -1\frac{1}{SCR_1}e$$

$$Z_1 = R_1 + Z_{\text{int}} II \frac{\frac{1}{SC}}{1-A} \cong R_2$$

$$Z_2 = e\left[\frac{e-(-\frac{1}{SCR_1}e)}{R_2}\right] = \frac{R_2}{1+\frac{1}{SCR_{\grave{}}}} = \frac{R_1R_2SC}{1+ScR_1}$$

$$\frac{1}{Z_{\text{int}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{SR_1R_2C}$$

Impedanta simulata este prezentata in figura 6.19

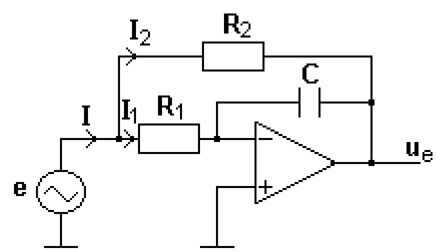


Figura 6.18

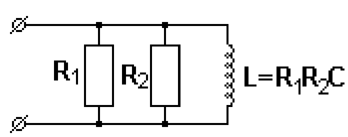


Figura 6.19

Exemplu de multipicare a unei capacitati (figura 6.20)

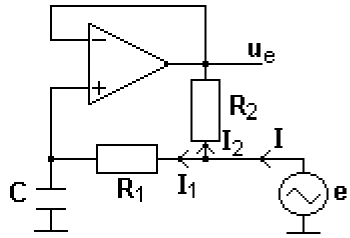


Figura 6.20

$$Z_{ies} = Z_1 \| Z_2$$

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{SC}$$

$$Z_2 = \frac{e}{I_2} = \frac{eR_2}{e - \left(e\dfrac{1/SC}{R_1 + 1/SC} \right)} = \frac{R_2}{1 - \dfrac{1}{1 + SCR_1}} = \frac{(1 + SCR_1)R_2}{SCR_1} = R_2 + \frac{R_2}{SCR_1}$$

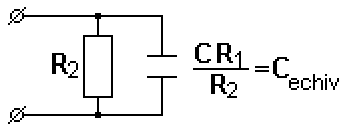


Figura 6.21

Reglarea turaţiei unui motor de curent continuu

Motorul de c.c. este descris de sistemul de ecuaţii : $\begin{cases} U_M = E + r_M I_M & (1) \\ E = K_e \Phi \Omega \\ M = K_M \Phi I_M \end{cases}$,

Unde : Φ -fluxul de excitatie indus de magnetul statorului

E - t.c.e.m

U_M - tensiunea pe motor (la borne)

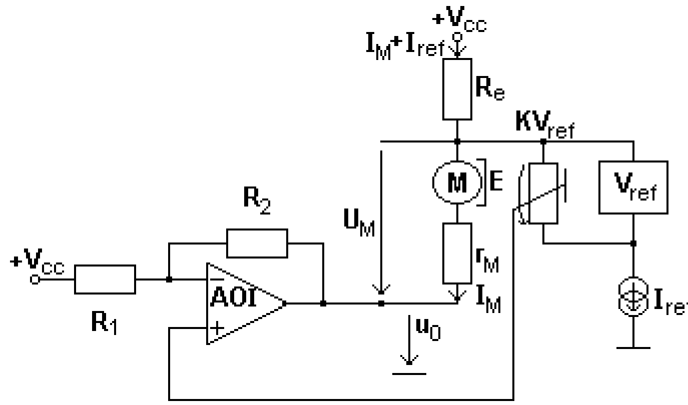
I_M - curentul prin motor

r_M - rezistenţa electrică a indusului

K_e , K_M - constante electrică şi mecanică

Ω - turaţia

M – cuplul motor



Schema incearcă să menţină tensiunea c.e.m. E constantă, pentru a obtine o turatie constanta.

$E = U_M - r_M I_M$ **;** calculăm $U_M = f(I_M)$**;**

Avem : $Vcc = R_e(I_M + I_{ref}) + U_M + u_0$**;**

dar $u_0 = -\frac{R_2}{R_1}Vcc + (U_M + u_0 - KV_{ref}) \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad -\frac{R_2}{R_1}u_0 = -\frac{R_2}{R_1}Vcc + U_M\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - V_{ref}K\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right);$$

$$u_0 = Vcc - U_M \frac{R_1 + R_2}{\cancel{R_1}} \cdot \frac{\cancel{R_1}}{R_2} + KV_{ref} \frac{R_1 + R_2}{\cancel{R_1}} \cdot \frac{\cancel{R_1}}{R_2} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \cancel{V}cc = R_e(I_{ref} + I_M) + U_M + \cancel{V}cc - U_M \frac{R_1 + R_2}{R_2} + KV_{ref} \frac{R_1 + R_2}{R_2};$$

$$\Rightarrow \quad U_M\left(-\frac{R_1}{R_2}\right) + R_e(I_{ref} + I_M) + KV_{ref}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = 0;$$

$U_M = \frac{R_2}{R_1}\left[(I_{ref} + I_M)R_e + KV_{ref}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)\right]$ inlocuind in $E = U_M - r_M I_M$.

Putem exprima coeficientul coeficientul lui I_M pe care il egalam cu zero.

$$-r_M + \frac{R_2}{R_1}R_e = 0;$$

E=constant (nu depinde de IM) , rezulta ca turatia motorului Ω=constanta

Se remarca structura schemei care are reactie negativa si pozitiva